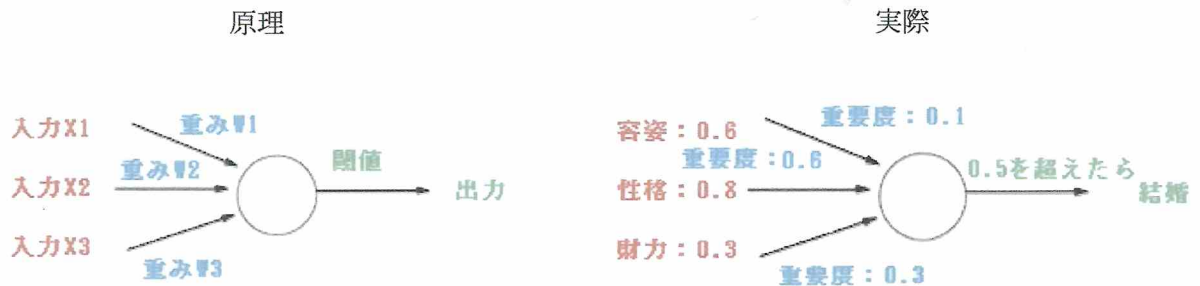


# AI 数学を触ってみよう！

## ニューラルネットワーク

ここでは教師信号ありのニューラルネットワーク「パーセプトロン」で線形分離を学習します。結婚相手を選ぶ基準を学習させましょう。次は入力が3ノード（3次元）のニューラルネットワークです。



### ●問題 1：結婚するしない？

今回は結婚の対象を平均以上とし 50 で閾値を超え OK としましょう。この OK のことを発火と呼称します。

- X1：容姿 ⇒ 重み：1 以上
- X2：性格 ⇒ 重み：6 以上
- X3：財力 ⇒ 重み：3 以上

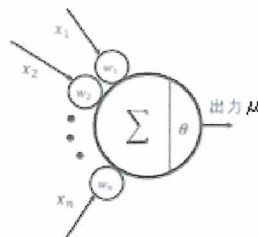
人生の中でいろいろな人に出会います。7人の異性と出会いましたが、その人が結婚の対象であったかどうか、計算してください。結婚の対象であったならば「○」を、そうでなければ「×」と記す。

| 回数  | 入力 |    |    | 重み（重要度） |    |    | 内積計算 $X_i \times W_i$ |     |     | 総和<br>$\Sigma$ | 結婚の対象<br>○ or × |
|-----|----|----|----|---------|----|----|-----------------------|-----|-----|----------------|-----------------|
|     | X1 | X2 | X3 | W1      | W2 | W3 | XW1                   | XW2 | XW3 |                |                 |
| 1人目 | 8  | 1  | 7  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 2人目 | 2  | 9  | 3  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 3人目 | 6  | 8  | 3  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 4人目 | 4  | 6  | 4  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 5人目 | 7  | 3  | 7  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 6人目 | 8  | 8  | 3  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |
| 7人目 | 1  | 1  | 5  | 1       | 6  | 3  |                       |     |     |                |                 |

ちなみにこれを式で書くと以下の通りです。右は図示です。

「 $\mu$ 」はギリシャ語でミューと呼ばれます。「 $\theta$ （シータ）」は閾値です。

$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta$$



●問題 2 : 線形分離

学習の根幹を成すのは「分ける」という処理です。ある事象について判断しますが、それが何かを認識して、うまく「分ける」ことができれば、物事を理解することもでき、判断して行動することもできます。「分ける」作業は、すなわち「イエスかノーで答える問題」ということになります。

ここでは「線形分離」について学習しましょう。前述問題は3ノードで3次元であるため、ここでは2次元でイメージ化します。3次元では図にプロットしにくいからです。

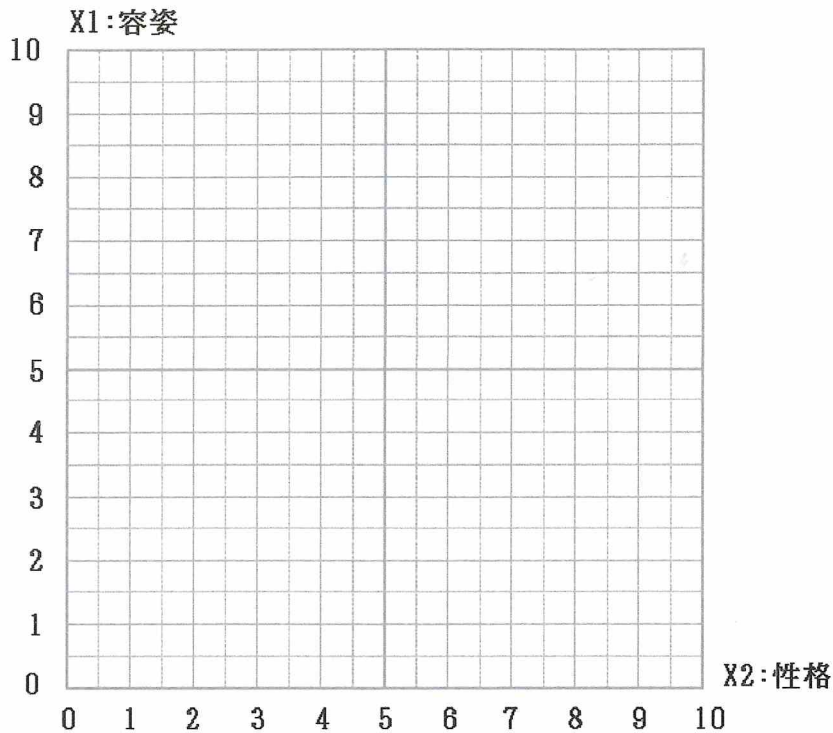
X1 : 容姿 ⇒ 重み : 1

X2 : 性格 ⇒ 重み : 6

閾値 : 50 これを超えると○ (OK)

| 回数  | 入力 |    | 重み (重要度) |    | 内積計算 $X_i \times W_i$ |     | 総和       | 結婚の対象  |
|-----|----|----|----------|----|-----------------------|-----|----------|--------|
|     | X1 | X2 | W1       | W2 | XW1                   | XW2 | $\Sigma$ | ○ or × |
| 1人目 | 8  | 1  | 1        | 6  | 8                     | 6   | 14       | ×      |
| 2人目 | 2  | 9  | 1        | 6  | 2                     | 54  | 56       | ○      |
| 3人目 | 6  | 8  | 1        | 6  |                       |     |          |        |
| 4人目 | 4  | 6  | 1        | 6  |                       |     |          |        |
| 5人目 | 7  | 3  | 1        | 6  |                       |     |          |        |
| 6人目 | 8  | 8  | 1        | 6  |                       |     |          |        |
| 7人目 | 1  | 1  | 1        | 6  |                       |     |          |        |

上記の表を完成させ、X1 と X2 を座標にプロットしてください。結婚の対象となった時は○、そうでないときは×で図示してください。



●問題3：重みをみつける

前記の問題はあらかじめわかっていた基準判断（重み＝重要度）で計算してもらいましたが、実際にはこの重みははじめから分かっていません。いろいろな人に会いますが、「結婚したい」か「結婚したくない」かは、後になってわかってきます。その基準は前述のように  $W1=1$  や  $W2=6$  だけでなくほかの重み（重要度）も考えられます。ここでは総和が評価の点数で、それをもとに重みが計算されます。

| 回数  | 入力 |    | 重み<br>(重要度)<br>始めは不明 |      | 内積計算 $X_i \times W_i$ |       | 総和<br>評価<br>$\Sigma$ | 結婚の対象<br>(教師信号)<br>$\bigcirc=1 \quad \times=0$ |
|-----|----|----|----------------------|------|-----------------------|-------|----------------------|--|
|     | 容姿 | 性格 | $W1$                 | $W2$ | $XW1$                 | $XW2$ |                      |  |
| n   | X1 | X2 | W1                   | W2   | XW1                   | XW2   | $\Sigma$             | $\bigcirc=1 \quad \times=0$                    |
| 1人目 | 8  | 1  | 0                    | 0    | -                     | -     | 14                   | 0  |
| 2人目 | 2  | 9  | 0                    | 0    | -                     | -     | 56                   | 1  |
| 3人目 | 6  | 8  | 0                    | 0    | -                     | -     | 54                   | 1  |
| 4人目 | 4  | 6  | 0                    | 0    | -                     | -     | 40                   | 0  |
| 5人目 | 7  | 3  | 0                    | 0    | -                     | -     | 25                   | 0  |
| 6人目 | 8  | 8  | 0                    | 0    | -                     | -     | 56                   | 1  |
| 7人目 | 1  | 1  | 0                    | 0    | -                     | -     | 7                    | 0  |

閾値  $\Phi = 50$

| 回数  | 入力 |    | 重み<br>(重要度)<br>1回目のトライ |    | 内積計算 $X_i \times W_i$ |     | 総和<br>$\Sigma$ | 結婚の対象<br>(教師信号)<br>○=1 ×=0 |
|-----|----|----|------------------------|----|-----------------------|-----|----------------|----------------------------|
|     | 容姿 | 性格 | W1                     | W2 | XW1                   | XW2 |                |                            |
| n   | X1 | X2 | W1                     | W2 | XW1                   | XW2 | $\Sigma$       | ○=1 ×=0                    |
| 1人目 | 8  | 1  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 2人目 | 2  | 9  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 3人目 | 6  | 8  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 4人目 | 4  | 6  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 5人目 | 7  | 3  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 6人目 | 8  | 8  |                        |    |                       |     |                |                            |
| 7人目 | 1  | 1  |                        |    |                       |     |                |                            |

重みには任意の値をセットしていき、下の式 a にあるように  $\mu$  を求めます。閾値  $\Phi$  (今回は 50) を超えれば発火して  $f(\mu)=1$  となります (式 b)。一般式から閾値  $\Phi=50$  を固定に変えてあります。

式 a

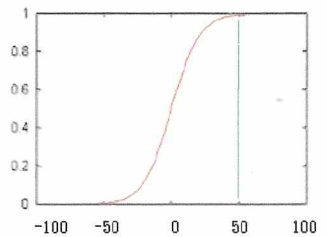
$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

式 b

$$X = f(u)$$

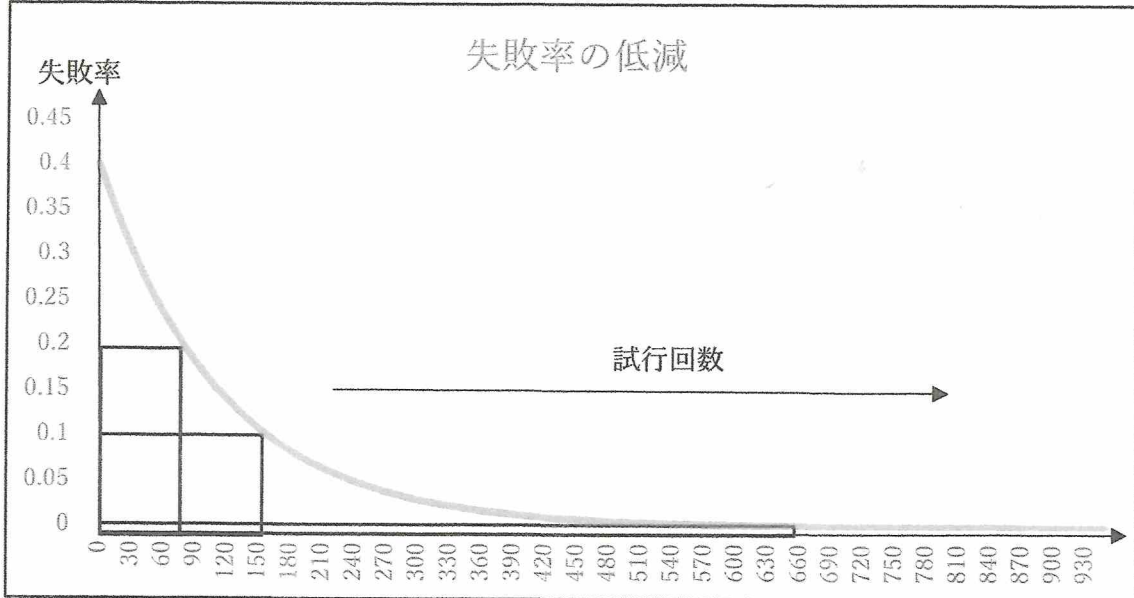
$$f(u) = \begin{cases} 1(u > 50) \\ 0(u \leq 50) \end{cases}$$

シグモイド関数



## 問題

3000 時間で 80 万回のランダム試行による学習を行った結果失敗率が当初 40%あったものが 20%にまで低減することに成功したと仮定しよう。



失敗率を 10%にするためには後何回（何時間）試行しなければならないか。

80 万回 3000 時間

ですね。

では、0.1%にするためには、計算すると

約 690 万回

です。

690 万回を試行するには何年かかるか。

80 万回で 3000 時間かかるので、

$690 \text{ 万回} / 80 \text{ 万回} \times 3000 \text{ 時間/回} = 25875 \text{ 時間}$

これは、およそ何年に相当するか、計算して結果を示してください。

うるう年、うるう秒などは無視できるものとします。